

## **Тема: Умения, характеризующие математическую грамотность**

### ***Раздел 1. Сущность функциональной математической грамотности***

**1. Цель изучения раздела:** знакомство с подходами к формированию и оценке математической грамотности в формате исследования PISA.

**2. Лекционный материал:** видео, презентация, конспект лекции, вопросы.

#### **3. Конспект лекции.**

В исследовании PISA математическая грамотность определяется как «способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира».

**Формулировать ситуации математически** включает способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, принять имеющуюся ситуацию и трансформировать ее в форму, поддающуюся математической обработке, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации.

**Применять математику** рассматривается как способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения решения или выводов. Эта деятельность включает выполнение математических процедур, необходимых для получения результатов и математического решения (например, анализировать информацию на математических диаграммах и графиках, работать с геометрическими формами в пространстве, анализировать данные). Работать с моделью, выявлять закономерности, определять связи между величинами и создавать математические аргументы.

**Интерпретировать** подразумевает способность размышлять над математическим решением или результатами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы. Эта деятельность включает перевод математического решения в контекст реальной проблемы, оценивание реальности математического решения или рассуждений по отношению к

контексту проблемы. Этот процесс охватывает и интерпретацию, и оценку полученного решения или определение того, что результаты разумны и имеют смысл в рамках предложенной ситуации. При этом может потребоваться разработать объяснения или аргументацию с учетом контекста проблемы.

Каждый из этих мыслительных процессов опирается на математические рассуждения, поэтому разработчики концепции исследования PISA-2021 дополнили их **рассуждениями**. Это означает, что учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учетом особенностей предлагаемой ситуации.

Каждое задание на оценку математической грамотности включает контекст.

**Контекст задания** – особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках описанной ситуации.

**Личный контекст** обычно связан с повседневной личной жизнью учащегося (при общении с друзьями, занятиях спортом, покупками, отдыхом, повседневным бытом), его семьи, его друзей и сверстников.

Проблемы, которые предлагаются в **профессиональных контекстах**, связаны со школьной жизнью или трудовой деятельностью.

**Общественные контексты** связаны с жизнью общества (местного, национального или всего мира). Ситуации, связанные с жизнью местного общества, касаются проблем, возникающих в ближайшем окружении учащихся.

Контексты, отнесенные к **научным**, обычно связаны с применением математики к науке или технологии, явлениям физического мира.

Математическое содержание, которое используется при конструировании заданий, сконцентрировано вокруг четырех фундаментальных идей.

**Изменение и зависимости** – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, относятся к алгебраическому материалу.

**Пространство и форма** – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу.

**Количество** – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики.

**Неопределенность и данные** – эта область охватывает вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

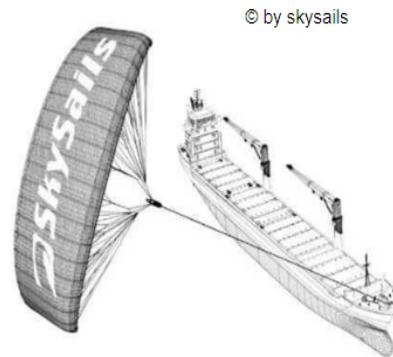
Одной из причин низких результатов, которые показывают российские школьники в международном исследовании PISA, является то, что для их оценки используются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Рассмотрим некоторые **примеры задач**, иллюстрирующие задания на формирование и оценку математической грамотности в контексте международного исследования PISA.

## ОТКРЫТОЕ ЗАДАНИЕ 5. ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



### Вопрос №1

PM923Q01

Одно из преимуществ использования кайта заключается в том, что он летает на высоте в 150 м. Там скорость ветра примерно на 25% больше, чем на уровне палубы корабля. С какой примерно скоростью дует ветер на кайт, когда скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна 24 км/ч?

- A. 6 км/ч
- B. 18 км/ч
- C. 25 км/ч
- D. 30 км/ч
- E. 49 км/ч

### Классификация задачи (вопрос 1)

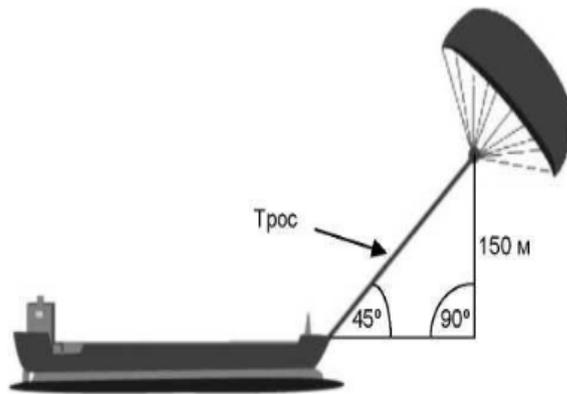
Описание	Область математического содержания	Контекст	Познавательная деятельность
Применить вычисления с процентами в рамках данной ситуации в реальном мире	Количество	Применять	Научный

**Вопрос №2**

PM923Q03

Чему примерно должна быть равна длина каната у кайта, чтобы он тянул корабль под углом в  $45^\circ$  и находился на высоте в 150 м по вертикали, как показано на рисунке?

- A. 173 м
- B. 212 м
- C. 285 м
- D. 300 м



© by skysails

**Классификация задачи (вопрос 2)**

Описание	Область математического содержания	Контекст	Познавательная деятельность
Использовать теорему Пифагора в рамках геометрического содержания реальной ситуации	Пространство и форма	Применять	Научный

**Вопрос №3**

PM923Q04-0 1 9

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0.42 зедра за литр владельцы корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом. Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%. Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедров.

Название: «Новая волна»

Тип: фрахтовое судно

Длина: 117 метров

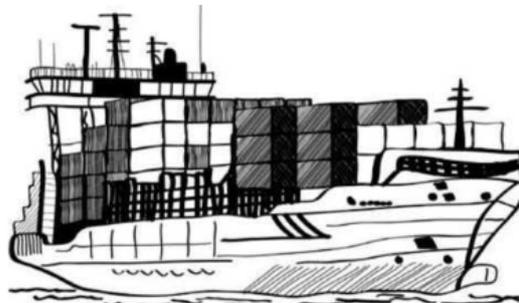
Ширина: 18 метров

Грузоподъёмность: 12 000 тонн

Максимальная скорость: 19 узлов

Дизельного топлива за год без

использования кайта: 3 500 000 литров



Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покрывает стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Количество лет: .....

### Классификация задачи (вопрос 3)

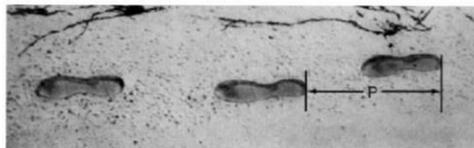
Описание	Область математического содержания	Контекст	Познавательная деятельность
Решить ситуацию в реальном мире, включающую экономию затрат и расхода топлива	Изменения и зависимости	Формулировать	Научный

### 3. Вопросы к лекции.

Проведите классификацию приведенных ниже заданий PISA.

1) Определите контекст, которые используются в задании.

## ПОХОДКА



На рисунке изображены следы идущего человека. Длина шага  $P$  – расстояние от конца пятки следа одной ноги до конца пятки следа другой ноги.

Для походки мужчин зависимость между  $n$  и  $P$  приближенно выражается формулой  $\frac{n}{P} = 140$ , где

$n$  – число шагов в минуту,

$P$  – длина шага в метрах.

Используя данную формулу, определите, чему равна длина шага Сергея, если он делает 70 шагов в минуту.

Запишите решение.

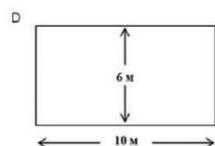
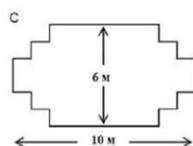
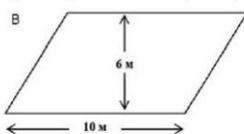
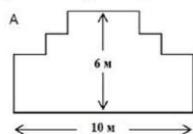
### Ответы:

- а) **личный**;
- б) общественный;
- в) профессиональный;
- г) научный.

**2) Определите область математического содержания, которое используется в задаче.**

# САДОВНИК

У садовника имеется 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из следующих вариантов.



Обведите слово «Да» или «Нет» около каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит или не хватит садовнику 32 м провода, чтобы обозначить ее границу.

Форма клумбы	Хватит ли 32 м провода, чтобы обозначить границу клумбы?
Форма А	Да / Нет
Форма В	Да / Нет
Форма С	Да / Нет
Форма D	Да / Нет

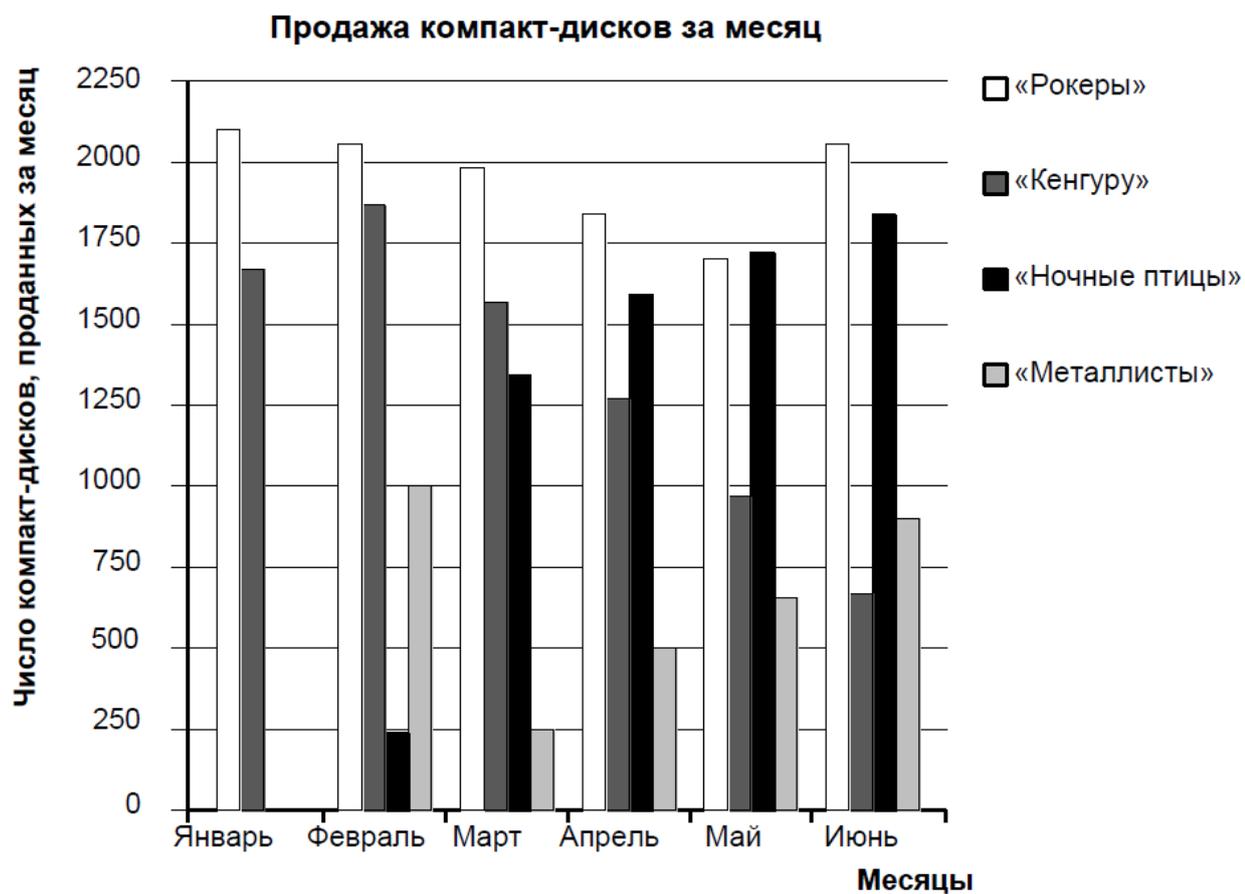
## Ответы:

- а) количество;
- б) изменения и зависимости;
- в) пространство и форма;
- г) неопределенность и данные.

**3) Определите вид познавательного действия, которое необходимо использовать при ответе на вопрос задания.**

## ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



**Ответы:**

- а) применять;
- б) формулировать;
- в) интерпретировать.